



IZ MOJE RADIONICE I LABORATORIJA

Eksperimentalna provjera Coulombovog zakona

D. Bošnjaković¹, Ž. Mioković², M. Dugandžić³

Dva električki nabijena tijela, zbog svog naboja, djelovat će silom jedan na drugoga. Sila postoji bez obzira koliko su električki nabijena tijela međusobno udaljena, a iznos sile se smanjuje s povećanjem udaljenosti između njih. Za točkaste električne naboje, tj. za električki nabijena tijela čije su dimenzije puno manje od udaljenosti između njih, Ch. A. Coulomb je, 1785. godine, eksperimentalno dokazao da je elektrostatska sila F kojom jedan električni naboj q_1 djeluje na drugi q_2 proporcionalna umnošku iznosa naboja $q_1 q_2$, a obrnuto proporcionalna kvadratu udaljenosti $\frac{1}{r^2}$ između naboja, odnosno u matematičkom zapisu $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$, gdje je $k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$ konstanta proporcionalnosti. Ako se naboji nalaze u vakuumu $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.987 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$, pri čemu je $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$ dielektričnost (permitivnost) vakuuma, a ukoliko se naboji nalaze u nekom drugom sredstvu, tada je $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$, a ϵ_r je relativna permitivnost sredstva. Iako je matematički oblik Coulombovog zakona vrlo sličan Newtonovom zakonu gravitacije ($F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$) koji opisuje gravitacijsko privlačno međudjelovanje između dva tijela masa m_1 , m_2 , postoje neke temeljne razlike. Utvrđeno je da je elektrostatska sila puno jača od gravitacijske. Npr. elektrostatska sila između 1 grama protona koji se nalazi na udaljenosti 1 metar od 1 grama elektrona iznosi $1.5 \cdot 10^{23} \text{ N}$ što otprilike odgovara sili potrebnoj za podizanje, sa Zemljine površine, tijela čija je masa oko $\frac{1}{5}$ mase Mjeseca. Međutim, bez obzira na njen ogroman iznos utjecaj elektrostatske sile nije lako opažati na makroskopskoj razini, dok se gravitacijsko privlačenje prilično lako opaža. Iako je elektrostatska sila nekoliko milijardi puta (približno 10^{36} puta) jača od gravitacijske sile, za njezino laboratorijsko mjerenje potrebno je koristiti vrlo osjetljivu torzijsku vagu, dok gravitacijsku silu možemo odrediti mjereći masu tijela obješenog na opruzi. Ključni razlog leži u sitnim protonima pozitivnog električkog naboja i još sitnijim elektronima negativnog električkog naboja (koji su i vrlo pokretljivi!), a čiji električni naboji su nositelji elektrostatske sile. Ukoliko se treći objekt stavi između dva jednaka električna naboja elektrostatska privlačna i odbojna sila mogu se poništavati. Nasuprot tome, gravitacijsko međudjelovanje može biti samo privlačno, odnosno gravitacijsko privlačenje između pojedinih sitnih čestica rezultira formiranjem masivnog tijela i ne postoji tijelo koje bi moglo poništiti ovu gravitacijsku silu. Elektrostatska sila je

¹ Mag. edu. phy. je student poslijediplomskog studija fizike na Fakultetu za matematiku i fiziku u Ljubljani i asistent na Fakultetu elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek (FERIT) Sveučilišta J. J. Strossmayera u Osijeku.

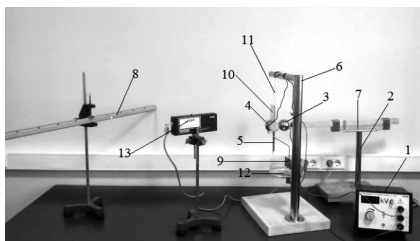
² Dr. sc., profesorica visoke škole u trajnom zvanju na FERIT-u Sveučilišta J.J. Strossmayera u Osijeku.

³ Student preddiplomskog studija računarstva na FERIT-u Sveučilišta J.J. Strossmayera u Osijeku koji je izradio ovaj eksperimentalni postav u okviru svog završnog rada.

odgovorna za zadržavanje negativno nabijenih elektrona oko pozitivne jezgre u atomu, te upravlja cijelim spektrom kemijskih i bioloških procesa. Stoga, elektrostatska sila ima presudnu ulogu u oblikovanju svega oko nas pa i nas samih.

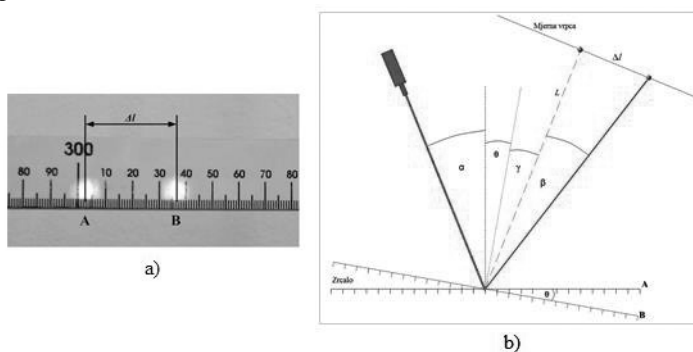
Eksperiment

U ovom radu, eksperimentalna provjera Coulombovog zakona se temelji na utvrđivanju ovisnosti elektrostatske sile F između električki nabijenih šupljih metalnih kugli polumjera $R = (3.06 \pm 0,01)$ cm o naponu U između nabijenih kugli te o udaljenosti r između njih. Elektrostatska sila mjeri se pomoću posebno konstruirane torzijske vage (slika1).



Slika 1. Eksperimentalni postav za provjeru Coulombovog zakona.

Jedna metalna kugla (3) je pričvršćena na kliznu letvu (2) na kojoj se nalazi mjerna vrpca (7). Druga kugla (4) je pričvršćena na nosač (5) na čije je krajeve spojena tanka metalna žica (11) koja kuglu povezuje s stalkom (6). Za elektriziranje metalnih kugli koristi se (1) – izvor istosmjernog napona (10 kV). Kugle se naelektriziraju jednakom količinom naboja, ali suprotnog predznaka. Između kugli se javlja privlačno elektrostatsko međudjelovanje. Pomicanjem kugle (4) na drugom kraju nosača žice (5) pomiče se i metalna pločica (9) koja je uronjena u vodu. Međutim, na tu pločicu djeluje i sila otpora vode. Elektrostatska sila i sila otpora vode čine par ili spreg sila koji uzrokuje uvijanje tanke metalne žice (11), a time i zakretanje ravnog zrcala (10) koje je pričvršćeno na žicu (11). Za određivanje kuta zakreta zrcala koristi se (13) He-Ne laser ($\lambda = 632.8$ nm). Laserska zraka upada na zrcalo, a reflektirana zraka upada na zastor s mjernom vrpcom (8).



Slika 2. Postupak mjerenja kuta zakreta laserske zrake:
a) prikaz položaja laserske zrake na zastoru s mjernom skalom;
b) hod laserske zrake.

Kada kugle nisu električki nabijene, reflektirana zraka na zastoru pokazuje nulti položaj (A) (slika 2a), a zrcalo se nalazi u položaju (A) (slika 2b). Kada su kugle električki nabijene, uslijed njihovog elektrostatskog privlačnog međudjelovanja, dolazi do pomicanja metalne kugle (4), uvijanja tanke metalne žice (11), te zakretanjaavnog zrcala (10). Laserska zraka upada na ravno zrcalo koje je sada zakrenuto u položaju (B) (slika 2b) i dolazi do otklona laserske zrake od nultog položaja (A) u položaj (B) i taj pomak je označen s Δl (slika 2a).

Količina naboja metalnih kugli je $Q = U \cdot C$, gdje je U napon između nabijenih kugli, a $C = 4\pi\epsilon \cdot R$ kapacitet pojedine kugle polumjera R pri čemu je $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ permitivnost sredstva. U ovom slučaju elektrostatska sila između nabijenih kugli dana Coulombovim zakonom je

$$F_c = k \frac{(CU)^2}{r^2} = \frac{4\pi\epsilon R^2 U^2}{r^2}, \quad (1)$$

a ovisi o naponu U između nabijenih kugli i udaljenosti r između središta kugli. Elektrostatska sila između nabijenih kugli proporcionalna je kvadratu napona između kugli ($F_c \sim U^2$), a obrnuto proporcionalna kvadratu udaljenosti između kugli ($F_c \sim \frac{1}{r^2}$).

Pored elektrostatskog međudjelovanja kugli, dolazi i do djelovanja zakretnog momenta vanjskog para tangencijalnih sila (elektrostatska sila i sila otpora vode), $M = -D \cdot \theta = F \cdot x$, koji je proporcionalan kutnom pomaku θ , gdje je D konstanta torzije žice, a θ kut za koji se zakrenula žica, a time i zrcalo koje se nalazi na žici (slika 2b).

Uzimajući u obzir geometriju problema danu na slici 2b i jednostavne trigonometrijske odnose, ovisnost elektrostatske sile F_{mj} o pomaku laserske zrake (Δl) može se prikazati relacijom

$$F_{mj} = \frac{D \cdot \Delta l}{2 \cdot x \cdot L}, \quad (2)$$

gdje je torzijska konstanta korištene tanke žice $D = (6.7 \pm 0.5 \cdot 10^{-3})$ Nm/rad, $L = (3 \pm 0.01)$ m udaljenost od zrcala do mjerne vrpce na zastoru ($L \gg \Delta l \rightarrow \Delta l/L \ll 1$), a $x = (4.3 \pm 0, 1)$ cm udaljenost od središta kugle (slika 1 (4)) do osi vrtnje žice.

Prema tome, mjerenjem pomaka Δl laserske zrake na zastoru, pomoću relacije (2), može se odrediti elektrostatska sila F_{mj} kao mjera elektrostatskog privlačnog međudjelovanja nabijenih metalnih kugli.

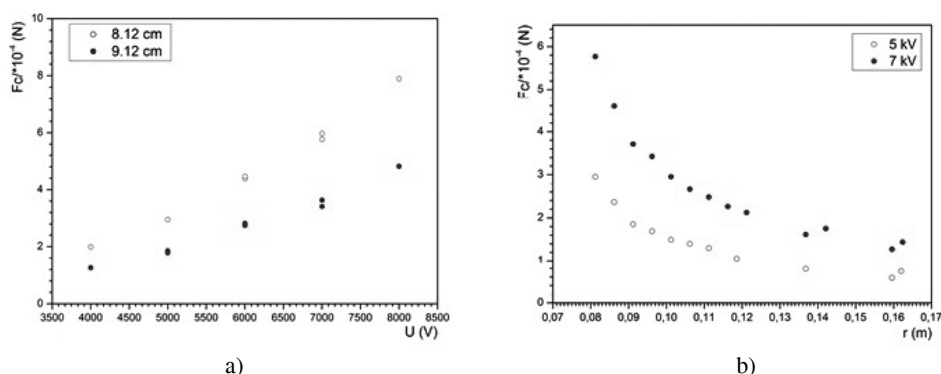
Analiza rezultata i rasprava

Nabijene metalne kugle, ukoliko su izolirane od drugih elektrostatskih utjecaja, mogu djelovati kao točkasti naboji i tada je električki naboj jednoliko raspodijeljen po površini kugle tako da je središte raspodjele naboja odgovara središtu metalne kugle te za elektrostatsku silu između njih vrijedi Coulombov zakon (1).

Međutim, u našim eksperimentalnim uvjetima udaljenost r između središta nabijenih metalnih kugli, polumjera R je $2.5R \leq r \leq 5R$ te nije dovoljno velika u usporedbi s polumjerom kugli pa će se električni naboj na kuglama preraspodijeliti tako da se minimizira elektrostatska energija U . Stoga će elektrostatska sila između nabijenih metalnih kugli biti manja (ako su obje metalne kugle nabijene istoimenim nabojem) ili veća (ako su metalne kugle nabijene raznoimenim nabojem) nego što bi bila kada bi se

ovako nabijene metalne kugle mogle smatrati točkastim nabojima. Kako bi se uzelo u obzir ovo odstupanje, a bez detaljnijeg fizikalnog i matematičkog izvoda, uvodi se faktor korekcije $\beta = 1 - 4 \left(\frac{R}{r} \right)^3$, gdje je R polumjer kugle, a r udaljenosti između nabijenih kugli. pa je $F_{mj} = \frac{1}{\beta} F_c$ mjerena privlačna elektrostatska sila. Prema tome, u našem eksperimentu, korigirana vrijednosti F_c elektrostatske sile trebala bi biti u suglasnosti s Coulombovim zakonom koji vrijedi za točkaste naboje.

Pomak Δl laserske zrake mjereno je, s jedne strane, uz stalni napon između nabijenih metalnih kugli ($U = \text{const.}$), za različite r udaljenosti između nabijenih kugli, a s druge, uzimajući u obzir stalnu udaljenost između nabijenih kugli ($r = \text{const.}$), za različite U napone između kugli.



Slika 3. Ovisnost elektrostatske sile F o:
a) naponu U između kugli za dvije stalne udaljenosti između njih ($r_1 = 8.12 \text{ cm}$, $r_2 = 9.12 \text{ cm}$);
b) udaljenosti r između kugli za dvije stalne vrijednosti napona između njih ($U_1 = 5 \text{ kV}$, $U_2 = 7 \text{ kV}$).

Na slici 3 grafički su prikazane ovisnosti $F_c = f(U)$, $F_c = f(r)$ elektrostatske sile F_c o naponu U , odnosno udaljenosti r između nabijenih kugli za dvije stalne vrijednosti udaljenosti (slika 3a) i napona između kugli (slika 3b). Grafički prikazi potvrđuju nelinearnu ovisnost, danu relacijom (1), elektrostatske sile o udaljenosti r između nabijenih kugli i o naponu U između njih ($F_c \propto U^2$).

Za provjeru kvadratne ovisnosti elektrostatske sile o naponu ($F_c \sim U^2$), odnosno udaljenosti između nabijenih kugli ($F_c \sim \frac{1}{r^2}$) potrebno je napraviti linearizaciju grafičkog prikaza. Linearizacija grafičkog prikaza postupak je kojim se, “preuređivanjem” funkcionalne ovisnosti, grafički prikaz nelinearno ovisnih veličina može prikazati linearnim grafičkim prikazom. Stoga, logaritmiranjem relacije (1) dobiva se linearna ovisnost $\ln(F)_c = f(\ln(U))$ dana jednadžbom pravca eksplisitnog oblika,

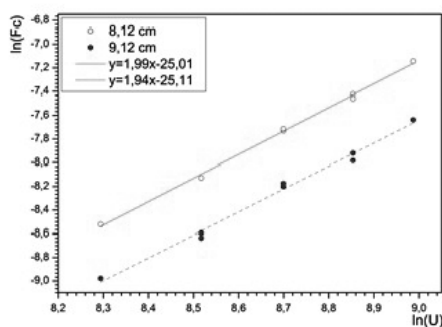
$$\ln(F)_c = 2 \ln(U) + \ln \left(\frac{4\pi\epsilon \cdot R^2}{r^2} \right), \quad (3)$$

gdje je $a = 2$ nagib pravca, a $b = \ln \left(\frac{4\pi\epsilon \cdot R^2}{r^2} \right)$ odsječak pravca na osi ordinata. Na sličan način relacija (1) može se preurediti u linearnu ovisnost $\ln(F)_c = f(\ln(r))$, čija

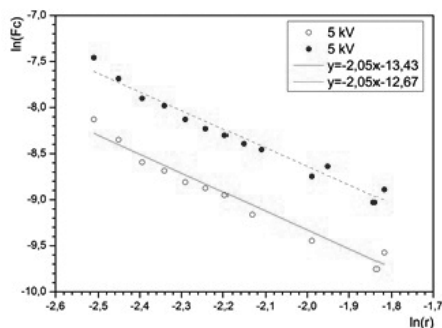
je jednadžba pravca eksplicitnog oblika,

$$\ln(F_c) = -2 \ln(r) + \ln(4\pi\epsilon \cdot R^2 U^2), \quad (4)$$

gdje je $a = -2$ nagib pravca, a $b = \ln(4\pi\epsilon \cdot R^2 U^2)$ odsječak pravca na osi ordinata. Vrijednost nagiba pravaca u jednadžbama (3), (4) ukazuje na kvadratnu ovisnost elektrostatske sile o naponu i udaljenosti između nabijenih kugli, dok se iz vrijednosti odsjeka pravca na osi ordinata može odrediti permitivnost sredstva $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ u kojem se promatra elektrostatsko međudjelovanje nabijenih metalnih kugli. Odgovarajući grafički prikazi ovisnost $\ln(F)_c = f(\ln(U))$ i $\ln(F)_c = f(\ln(r))$ između mjerenih fizikalnih veličina dani su na slici 4. Kroz mjerne podatke provučeni su pravci koji su najbolje prilagođeni na dane linearno ovisne mjerne podatke, a njihove jednadžbe prikazane su na grafu.



a)



b)

Slika 4. Grafička analiza linearnih ovisnosti:

a) $\ln(F_c) = f(\ln(U))$; b) $\ln(F_c) = f(\ln(r))$.

Rezultati fizikalne interpretacije parametara najbolje prilagođenih pravaca na dane mjerne podatke (tablica 1) pokazuju da vrijednosti nagiba, a_{mj} , najbolje prilagođenih pravaca, za obje udaljenosti između središta kugli, odstupaju do 3% od teorijskih ($a_{teo} = 2$), a za obje vrijednosti napona na kuglama, odstupaju do 2.5% od teorijskih ($a_{teo} = -2$).

Tablica 1. Rezultati eksperimentalne provjere Coulombovog zakona.

	nagib pravca (a)			relativna permitivnost zraka		
	a_{teo}	a_{mj}	procjena točnosti (%)	$(\epsilon_r)_{teo}$	$(\epsilon_r)_{mj}$	procjena točnosti (%)
$r_1 = 8.12 \text{ cm}$	2	1.99	0.7	1.0006	0.868	13.2
$r_2 = 9.12 \text{ cm}$	2	1.94	3.0	1.0006	0.998	0.2
$U_1 = 5 \text{ kV}$	-2	-2.05	2.5	1.0006	0.564	43.6
$U_2 = 7 \text{ kV}$	-2	-2.02	1.0	1.0006	0.616	38.4

Prema tome, rezultati mjerenja potvrđuju da je elektrostatska sila između nabijenih kugli razmjerna kvadratu napona između kugli, a obrnuto razmjerna udaljenostima između središta kugli što je u suglasnosti s Coulombovim zakonom. Vrijednosti relativne permitivnosti zraka $(\epsilon_r)_{mj}$ određene iz odsjeka pravaca na osi ordinate, pri stalnoj udaljenosti između nabijenih kugli, odstupaju do 13% u odnosu na $(\epsilon_r)_{teo}$

teorijsku vrijednost, dok su pri stalnom naponu između kugli dobivene vrijednosti do 44% niže od teorijske. Razlog većih odstupanja mjerenja, od najbolje prilagođenog pravca na slikama 3b i 4b, je zbog toga što je na većim udaljenostima kugli teško uočiti promjenu u pomaku laserskog traga na mjernoj vrpci.

Zaključak

Eksperimentalnim istraživanjem smo potvrdili da je elektrostatska sila između nabijenih kugli, koje smo aproksimirali točkastim nabojima, razmjerna kvadratu napona između kugli (napon između kugli je proporcionalan s nabojem kugli), a obrnuto razmjerna udaljenostima između središta kugli. Daljnjom analizom dobili smo eksperimentalne vrijednosti za relativnu permitivnost zraka. Razlog velike pogreške za relativnu permitivnost zraka, pri stalnom naponu, dolazi zbog faktora korekcije β , koji nedovoljno korigira izmjerenu silu F_{mj} (faktor korekcije β ovisi o udaljenosti između središta kugli r). Prilikom promjene udaljenosti između središta kugli r , mijenja se i faktor korekcije β , dok kod stalne udaljenosti između središta kugli r , faktor je konstantan pa ima manji utjecaj na rezultate nego kad se mijenja udaljenost između središta kugli r .

Općenito, mogući izvori pogreške leže u činjenici, da mjerenja nije moguće obaviti relativno brzo, jer se dosta vremena izgubi na to da se trag laserske zrake smiri kako bi se očitao pomak laserske zrake Δl . Također trag laserske zrake je promjera 7–8 mm (vrijednosti za pomak laserske zrake Δl su reda veličine 5–20 mm), a tu je problem odrediti središte traga laserske zrake prilikom mjerenja.

Eksperimenti u kojima se koristi torzijska vaga za određivanje elektrostatskog međudjelovanja su prilično jasni i točni. Međutim, kao što je slučaj s kvantitativnim eksperimentima iz elektrostatičke, neki lažni utjecaji mogli bi narušavati mjerenja. Naelektrizirani rukavi košulje mjeritelja, otvoreni prozor, dan s visokom vlažnosti zraka samo su neki od mnogobrojnih učinaka koji mogu utjecati na naš eksperiment. Stoga bi pri obavljanju eksperimenata iz elektrostatičke trebalo o tome voditi računa.

Literatura

- [1] H. D. YOUNG, R. A. FREEDMAN, A. LEWIS FORD, *Sears and Zemansky's University Physics with Modern Physics*, 12th edition, (2008).
- [2] ALBERTO A. MARTINEZ, *Replication of Coulomb's Torsion Balance Experiment*, Arch. Hist. Exact Sci. 60 (2006).
- [3] *Electrostatics force and Coulomb's Law*, University of Virginia Physics Department PHYS 6360 (2006).
- [4] Video *Coulomb's law*, UCLA Department of Physics and Astronomy, <http://www.ucla.physics.edu>
- [5] *PHYWE – series of publications*, LEP 4.2.03-00, *Capacitance of metal spheres and of a spherical capacitor*, <http://www.phywe.com>